

Câu 1 (1,5 điểm)

Vị trí của một vật di chuyển trong không gian được cho bởi hàm vector:

$$\mathbf{R}(t) = (t^2 + t)\mathbf{i} + \cos(1 - t)\mathbf{j} + (t + 1)\mathbf{k}.$$

Tìm vận tốc, tốc độ và gia tốc của vật tại thời điểm $t=1$. Tìm độ cong của đồ thị hàm $\mathbf{R}(t)$ tại $t = 1$.

Câu 2 (2,5 điểm).

- a. Tìm cực trị tương đối của hàm số $z = x^2 - 2xy + y^3 - y + 1$.
b. Cho hàm ẩn $z = z(x, y)$ xác định từ phương trình $x^2z - 3xy - e^{yz} + 1 = 0$.

Tính $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ tại $M(0;1)$, cho biết $z(M) = 0$.

Câu 3 (2,5 điểm).

- a. Cho D là hình phẳng được giới hạn bởi parabol $y = x^2 + 1$ và đường thẳng $y = 3 - x$. Tính tích phân $I = \iint_D (x - 2y) dx dy$ theo hai thứ tự lấy tích phân khác nhau trong Oxy.
b. Tính tích phân $K = \iiint_V (\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy dz$ trong đó V là vật thể được giới hạn bởi mặt phẳng $z = 1$ và paraboloid $z = x^2 + y^2$.

Câu 4 (3,5 điểm).

- a. Tính tích phân đường $\int_L (\sin x - x^2 y) dx + (y^2 x + 2y - 1) dy$, trong đó L là biên của nửa hình tròn $x^2 + y^2 \leq 9$; $y \geq 0$ đi theo chiều ngược kim đồng hồ.
b. Tìm tham số m để trường vector

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x^3 + my)\mathbf{i} + (y^3 - 2x)\mathbf{j} + z^3 \mathbf{k}$$

là trường thế. Khi đó tìm một hàm thế, độ phân kỳ và vector xoáy của $\mathbf{F}$.

Hết

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
CLO1: Tính được giới hạn, đạo hàm, tích phân của hàm vectơ và của hàm nhiều biến.	Câu 1, 2, 3, 4
CLO2: Sử dụng giới hạn, đạo hàm, tích phân của hàm vectơ và của hàm nhiều biến để giải quyết các bài toán ứng dụng.	Câu 1, 4
CLO3: Tính được các đại lượng đặc trưng của hàm véc tơ.	Câu 1
CLO4: Vận dụng ý nghĩa và mối quan hệ của các đại lượng đặc trưng của trường vectơ để giải quyết các bài toán ứng dụng.	Câu 4

TP.HCM, ngày 12 tháng 5 năm 2025

Thông qua bộ môn

Câu 1 (2,0 điểm).

Vị trí của một vật di chuyển trong không gian được cho bởi

$R(t) = (t^2 - 1)i + \sin(1 - t)j + 3tk$. Tìm vận tốc của vật, tốc độ, gia tốc và hướng của chuyển động của vật tại thời điểm $t=1$.

Câu 2 (2,5 điểm). Tìm cực trị của hàm số $z = x^2 - 2x + 4y + y^2 + 1$.

Câu 3 (2,5 điểm).

c. Tìm cận của tích phân $I = \iint_D (2x - y) dx dy$, D là hình phẳng được giới hạn bởi các đường: $y = x^2$, $4x + 3y - 20 = 0$ và $y = 0$. Sau đó đổi thứ tự lấy tích phân và tính giá trị của I .

d. Tính tích phân $K = \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$, V là vật thể được giới hạn các mặt $z = 2$ và $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Câu 4 (3,0 điểm).

c. Tính tích phân đường $\oint_L (e^x - y^3) dx + (x^3 + 2y - 1) dy$, trong đó L là đường cong kín gồm nửa trên đường tròn $y = \sqrt{1 - x^2}$ đi từ điểm $A(1;0)$ đến điểm $B(-1;0)$ và đường thẳng $y = 0$ đi từ điểm $B(-1;0)$ đến điểm $A(1;0)$.

d. Tính thông lượng của trường vectơ $F(x, y, z) = (x^3 + y)i + (y^3 + 2z)j + z^3 k$ qua phía ngoài mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 4$. Tìm độ phân kỳ và véc tơ xoáy của trường véc tơ $F(x, y, z)$

Hết

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
Tính được đạo hàm, tích phân của hàm vector; và của hàm nhiều biến.	Câu 1,2,3,4
Hiểu và xử lý được các bài toán trong kĩ thuật liên quan đến đạo hàm, tích phân của hàm vector, hàm nhiều biến	Câu 1,3
Vận dụng ý nghĩa và mối quan hệ của các đại lượng đặc trưng của trường vector để giải quyết một số bài toán ứng dụng	Câu 4

TP.HCM, ngày 27 tháng 3 năm 2024

Thông qua bộ môn